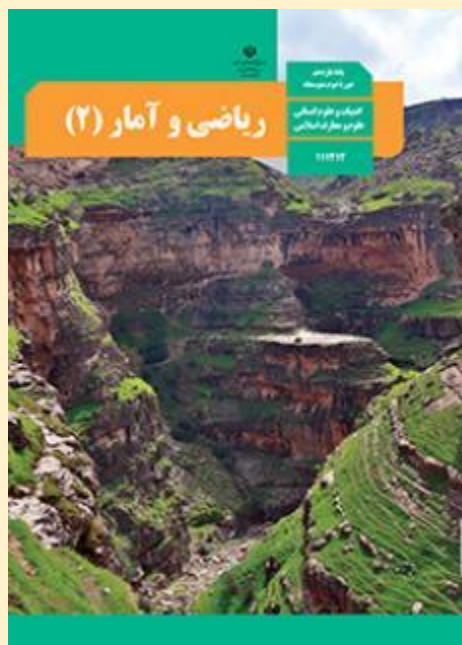


بسمه تعالی



آمار ۲

و

ریاضی

گروه آموزشی ریاضی لند

خلاصه فصل تابع

تابع همانی: تابع همانی تابعی است که هر عضو از دامنه را به خودش نظیر می‌کند. ضابطه تابع همانی بصورت $f(x) = x$ است.

نکته: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند، آن تابع لزوماً همانی نیست.

نکته: نمودار هر تابع همانی همواره روی نیمساز ربع اول و سوم قرار دارد و در صورتی که دامنه آن \mathbb{R} باشد، نمودارش خود نیمساز ربع اول و سوم خواهد شد.

نکته: یک تابع چند جمله‌ای در صورتی همانی است که ضریب x یک و سایر ضرایب صفر شوند.

تابع ثابت: تابع ثابت تابعی است که همه مقادیر دامنه را به یک مقدار ثابت می‌برد. ضابطه تابع ثابت بصورت $f(x) = k$ که $k \in \mathbb{R}$ می‌باشد.

نکته: برد تابع ثابت همواره تک عضوی است.

نکته: اگر برد یک تابع، فقط یک عضو داشته باشد، آن تابع حتماً یک تابع ثابت است.

نکته: نمودار هر تابع ثابت، همواره روی یک خط موازی محور x ها قرار دارد. اگر دامنه تابع ثابت \mathbb{R} باشد، نمودارش یک خط موازی محور x هاست.

نکته: یک تابع چند جمله‌ای در صورتی ثابت است که همه ضرایب چند جمله‌ای به جز ضریب ثابت آن، صفر شوند.

تابع چند ضابطه‌ای: تابعی که در آن برای محاسبه مقادیر مختلف، از ضابطه‌های مختلف استفاده می‌شود، چند ضابطه‌ای نامیده می‌شود. فرم کلی تابع چند ضابطه‌ای بصورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x \in D_1 \\ f_2(x) & x \in D_2 \\ \vdots & \\ f_n(x) & x \in D_n \end{cases}$$

رسم توابع چند ضابطه‌ای: برای رسم هر تابع چند ضابطه‌ای کفایت تک تک ضابطه‌ها را با توجه به محدوده‌های مشخص شده برای x در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید. توجه داشته باشید که کنار هر ضابطه، محدوده مجاز x ، ذکر شده است.

نکته: برای یافتن مقدار تابع در تابع‌های چند ضابطه‌ای به ازای x های مختلف، کفایت محدوده مجاز x را از میان محدوده‌هایی که در سمت راست ضابطه‌ها آمده است، بیابیم. سپس از ضابطه متناظر با آن قسمت برای یافتن مقدار تابع استفاده می‌کنیم.

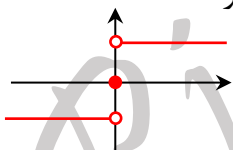
تابع پلکانی: تابع چند ضابطه‌ای که تمام ضابطه‌های آن ثابت باشند را پلکانی می‌گوئیم.

نمودار تابع پلکانی: نمودار تابع پلکانی شبیه نمودار تابع چند ضابطه‌ای رسم می‌شود. البته واضح است که هیچ کدام از قسمت‌های نمودار نیاز به جدول ندارند و به سادگی موازی محور x ها رسم می‌شوند، چون تمام قسمت‌ها، تابع ثابت هستند.

نکته: معمولاً در محاسبه قبوض آب و برق از توابع پلکانی استفاده می‌شود. هزینه آب یا برق مصرفی در یک قبض، برابر است با مجموع مساحت نواحی مستطیلی ایجاد شده بین نمودار و محور x ها.

$$\text{تابع علامت: به تابع } \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

واضح است که دامنه این تابع \mathbb{R} و برد آن $\{1, 0, -1\}$ می‌باشد. نمودار این تابع بصورت زیر است:



تابع جزء صحیح: تابع $f(x) = [x]$ را تابع جزء صحیح می‌نامند. $[x]$ برابر است با بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی x . واضح است که برای اعداد صحیح، $[x] = x$ و برای اعداد غیر صحیح مثبت، $[x]$ برابر است با قسمت صحیح x و برای اعداد غیر صحیح منفی، $[x]$ برابر است با قسمت صحیح x منهای یک.

نکته: اگر $k \leq x < k + 1$ که k عددی صحیح است، آن‌گاه $[x] = k$.

رسم نمودار تابع جزء صحیح: برای رسم نمودار تابع جزء صحیح از نکته بالا استفاده کرده و دامنه تابع را به قطعاتی تقسیم می‌کنیم که بین دو عدد صحیح متوالی قرار گرفته باشند. در این صورت $[x]$ را بصورت عددی

پیدا کرده و می‌توانیم تابع را به راحتی رسم کنیم.

تابع قدر مطلق: به تابع $f(x) = |x|$ تابع قدر مطلق گفته می‌شود. با استفاده از مفهوم قدر مطلق می‌توان f را بصورت زیر تعریف کرد:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

رسم تابع قدر مطلق به کمک تعریف: برای رسم تابع قدر مطلق به کمک تعریف، باید ابتدا با استفاده از تعریف قدر مطلق، تابع را به یک تابع چند ضابطه‌ای تبدیل کرده و مطابق آنچه در مورد توابع چند ضابطه‌ای ذکر کردیم، آن را رسم کنیم.

رسم توابع به کمک انتقال:

(۱) برای رسم تابع $y = f(x) + k$ کافیه نمودار تابع $y = f(x)$ را در امتداد محور y ها به اندازه k واحد انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ ، انتقال در جهت منفی انجام می‌شود.

(۲) برای رسم تابع $y = f(x + k)$ کافیه نمودار تابع $y = f(x)$ را در امتداد محور x ها به اندازه k واحد انتقال دهیم. اگر $k > 0$ ، انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ ، انتقال در جهت مثبت انجام می‌شود.

(۳) برای رسم نمودار تابع $y = k \cdot f(x)$ کافیه نمودار تابع $y = f(x)$ ، بدون تغییر x نقاط، مقدار y آن‌ها را در k ضرب کنیم.

(۴) برای رسم تابع $y = f(kx)$ کافیه نمودار $y = f(x)$ ، بدون تغییر y نقاط ، x آن‌ها را بر k تقسیم کنیم.

(۵) برای رسم تابع $y = -f(x)$ کافیه نمودار تابع $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

(۶) برای رسم تابع $y = f(-x)$ کافیه نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

اعمال بر روی توابع: عمل‌های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم روی دو تابع بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x) \quad , \quad D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) \quad , \quad D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad , \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

۱. اگر f یک تابع همانی و g یک تابع ثابت با دامنه اعداد حقیقی باشند، که $g\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{2}{3}$ حاصل عبارت $5f(-1) + 9g\left(\frac{1}{2}\right)$ را بیابید.

۲. $n \in \mathbb{N}$ را طوری بیابید که نقطه $(1, n^2 - 3n - 9)$ روی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

۳. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید.

۴. نمودار تابع $y = |2x - 1|$ را به کمک تعریف قدر مطلق رسم کنید.

۵. نمودار تابع $y = |x - 3| + 2$ را با کمک انتقال رسم کنید.

۶. تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ یا همان تابع علامت را در نظر بگیرید. ضابطه تابع را بنویسید. نمودار آن را رسم کنید. دامنه و برد آن را بیابید.

۷. اگر $f(x) = \sqrt{x} + 1$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ و $h(x) = |x^2 - 1|$ سه تابع باشند، حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{(h \times f)(1)}{(f - g)(4)} = ?$$

۸. مقدار تابع $f(x) = [x - 3]$ را به ازای $x = \frac{1}{2}$ و $x = -\frac{1}{3}$ بیابید.

۹. دو تابع f و g را بصورت زیر در نظر بگیرید:

$$f = \{(5, 3), (7, 4), (0, 3)\}$$

$$g = \{(5, 1), (3, 4), (2, 0)\}$$

الف) دامنه و تابع $f + g$ را بیابید.

ب) دامنه و تابع $\frac{f}{g}$ را بیابید.

۱۰. اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = -|x|$ ، دامنه و ضابطه تابع $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ را بدست آورده و آن را رسم کنید.

۱۱. اگر f و g بصورت زیر تعریف شده باشند، توابع $f \pm g$ ، $f \times g$ ، $\frac{f}{g}$ و $\frac{g}{f}$ را بیابید.

$$f = \{(1, -5), (2, 7), (3, 4), (0, 0)\}$$

$$g = \{(4, 2), (2, 3), (-1, 0), (0, 5)\}$$

۱۲. اگر $f(x) = \frac{x-2}{2x-1}$ و $g(x) = x^2 - 3$ موارد زیر را بیابید.

۱) $(f \cdot g)(-1)$

۲) $f^2(1) + g^2(1)$

۳) $(f + g)(5) - (g - f)(3)$

۴) $\left(\frac{f}{g}\right)(2)$

۵) $\left(\frac{g}{f}\right)(-1)$

۱۳. اگر $f(x) = x^2 + 5$ و $g(x) = \frac{2-x}{x}$ ، موارد زیر را بیابید.

۱) D_f, D_g

۲) D_{f+g}

۳) $D_{g/f}$

۴) $D_{f/g}$

۵) $(f + g)(x)$

۶) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

۷) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

۱۴. اگر f و g بصورت زیر باشند، توابع $f + g$ ، $f - g$ ، $f + f$ ، $f - g$ ، $g - g$ و $\frac{f}{g}$ را بیابید.

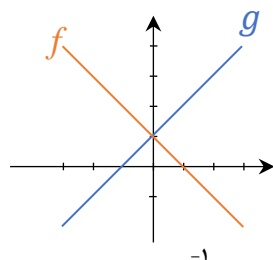
$$f = \{(2, -1), (1, 0), (4, 2), (-1, -1)\}$$

$$g = \{(-1, 2), (4, 1), (0, 3), (2, 1)\}$$

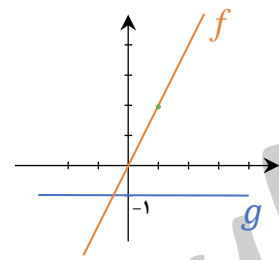
۱۵. اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = \text{sign } x$ باشند، مساحت زیر نمودار تابع $h(x) = f(x) \times g(x)$ در

فاصله $-1 \leq x < 3$ را بیابید.

۱۶. با توجه به نمودار توابع f و g ، نمودار تابع $f + g$ را ابتدا در نقاط $x = 0, 1, -1$ بیابید و سپس نمودار آن را به صورت کلی به کمک ضابطه $f + g$ رسم کنید.



(۲)



(۱)

۱۷. اگر $f(x) = |x + 2|$ و $g(x) = 2x$ ، موارد زیر را بیابید.

۱) $(f + g)(2)$

۲) D_{f-g}

۳) $D_{f/g}$

۴) $(f + f)(0)$

۵) $(g - 2f)\left(\frac{1}{2}\right)$

۱۸. اگر $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = x + 1$ ، دامنه و ضابطه توابع $f + g$ ، $\frac{f}{g}$ و $\frac{g}{f}$ را بیابید.

۱۹. اگر $f = \{(2, 0), (4, -1), (-1, 3)\}$ و $g = \{(2, 5), (3, -1), (-1, 2)\}$ توابع $f + g$ ، $f \times g$ ،

$\frac{f}{g}$ ، $\frac{g}{f}$ ، $f - g$ و $g - f$ را مشخص کنید.

۲۰. اگر $f(x) = x^2 + 5x$ و $g(x) = 2 - x$ ، توابع $f + g$ ، $g + f$ ، $f - g$ ، $g - f$ ، $f \cdot g$ و $\frac{f}{g}$ را

به همراه دامنه‌هایشان بنویسید.

خلاصه فصل شاخص‌های آماری

شاخص: شاخص آماری یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد.

شاخص خط فقر: خط فقر کمترین درآمدی است که یک نفر برای زندگی در یک ماه به آن نیاز دارد. برای

محاسبه خط فقر، از روش‌های نصف میانه یا نصف میانگین استفاده می‌کنند.

خط فقر بین‌المللی: خط فقر بین‌المللی برای هر نفر ۱/۲۵ دلار آمریکا در روز تعیین شده است. توجه کنید

که برای محاسبه خط فقر از این روش در یک ماه باید مقدار آن را در تعداد روزهای ماه ضرب کرد.

شاخص بهای کالا: شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی، متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف‌کنندگان

برای مجموعه‌ای از کالاها و خدمات در طول یک سال است. این شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال

پایه نشان می‌دهد و برای دو کالای مصرفی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{شاخص بهای کالاهای ۱ و ۲} = \frac{\left(\text{قیمت سال جاری} \times \text{مقدار مصرف کالای ۲} \right) + \left(\text{قیمت سال جاری} \times \text{مقدار مصرف کالای ۱} \right)}{\left(\text{قیمت سال پایه} \times \text{مقدار مصرف کالای ۲} \right) + \left(\text{قیمت سال پایه} \times \text{مقدار مصرف کالای ۱} \right)} \times 100$$

تورم: تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می‌گویند. نرخ تورم به شیوه‌های مختلف

محاسبه می‌شود که در زیر یکی از آنها را مشاهده می‌کنید:

$$\text{نرخ تورم} = \frac{\left(\text{شاخص بهای کالا در سال} \right) - \left(\text{شاخص بهای کالا در سال پایه} \right)}{\text{شاخص بهای کالا در سال پایه}} \times 100$$

شاخص بیکاری: نرخ بیکاری عبارت است از نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال. بیکار به فرد بالای ۱۶ سال

گفته می‌شود که بطور موقت بیکار شده یا در جستجوی کار است یا منتظر شروع یک کار جدید از تاریخ مشخصی

می‌باشد. این تعریف برای تمام کشورها یکسان است.

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

دقت کنید که:

$$\text{تعداد شاغل} + \text{تعداد بیکار} = \text{جمعیت فعال}$$

شاخص توده بدنی (نما توپ):

$$\text{BMI} = \frac{\text{وزن (کیلوگرم)}}{\text{قد (متر)}^2} = \text{شاخص توده بدنی}$$

شاخص پایه آموزش:

$$\text{شاخص پایه آموزش} = \left(\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار} \right) \times 0.4$$

عدد بدست آمده در شاخص پایه آموزش، عددی از ۱ تا ۱۲ می باشد که نشان دهنده پایه تحصیلی است.

۱. اگر خط فقر بین المللی، $1/25$ دلار در روز برای هر نفر باشد، با محاسبه قیمت کنونی دلار که حدوداً ۳۰ هزار تومان است، یک خانواده ۷ نفره ماهانه چقدر درآمد داشته باشند تا فقیر نباشند؟

۲. با توجه به جدول زیر خط فقر بر اساس میانه چند هزار تومان می باشد؟

تعداد اعضای خانوار	درآمد ماهانه
۴	۴,۰۰۰,۰۰۰
۲	۳,۶۰۰,۰۰۰
۲	۲,۴۰۰,۰۰۰
۱	۱,۸۰۰,۰۰۰
۱	۷۰۰,۰۰۰

۳. در یک جامعه ۱۰۰ نفره قرار است به ۵۰ نفر که زیر خط فقر قرار دارند، مبلغ ۱۰۰ هزار تومان یارانه پرداخت شود. اگر خط فقط بر اساس میانگین محاسبه شود، بعد از پرداخت یارانه، خط فقر چه تغییری می کند؟

۴. فرض کنید دو کالای اساسی خانواده‌های ایرانی، گوشت و برنج باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه ۱۰,۰۰۰ و ۲,۰۰۰ و قیمت آن‌ها در سال جاری به ترتیب ۹۰,۰۰۰ و ۲۰,۰۰۰ باشد، با توجه به این که مقادیر مصرفی این دو کالا به ترتیب ۸۰ و ۱۰۰ کیلو در سال می باشد، شاخص بهای گوشت و برنج را بیابید.

۵. برای کتابی که هر جمله آن بطور متوسط ۱۵ کلمه دارد، لغات دشوار در هر جمله ۱۰ درصد است. شاخص پایه آموزش را بدست آورید.

۶. در یک روستا ۵۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر، شاغل هستند. اما در این روستا، ۱۲۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر، به دنبال کار می گردند.

الف) نرخ بیکاری در این روستا را بیابید؟

ب) حداقل چند شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری این روستا به ۵ درصد برسد؟

۷. احمد ۴۰ سال دارد و وزن او ۵۸ کیلوگرم است. قد احمد ۱۶۳ سانتی‌متر می‌باشد. شاخص توده بدنی او را بیاید و با توجه به این که نما توپ استاندارد برای رده سنی ۴۴ - ۳۵ سال ۲۴ می‌باشد، بگوئید احمد اضافه وزن دارد یا کمبود وزن؟

۸. اگر جمعیت فعال جامعه‌ای ۲۵ میلیون نفر و نرخ بیکاری آن جامعه ۱۲ درصد باشد، جمعیت شاغلین این جامعه چند میلیون نفر است؟

۹. نرخ بیکاری در منطقه‌ای ۲۰٪ است. اگر در این منطقه ۲۰۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر شاغل باشند، تعداد افراد بیکار ۱۶ ساله و بیشتر در این منطقه چقدر است؟

۱۰. یک فرد ۴۸ ساله با قد ۲۰۰ سانتی‌متر، چه وزنی باشد داشته باشد تا شاخص سلامت او مطلوب باشد؟ (شاخص سلامت فرد ۴۸ ساله ۲۵ است.)

خلاصه سری های زمانی، درونیابی و برونیابی

سری زمانی: به مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم جمع‌آوری می‌شوند، سری زمانی گفته می‌شود.

نمودار سری زمانی: نمودار سری زمانی یک نمودار پراکنش نگاهت است که داده‌ها را با پاره‌خطهایی در طول زمان به یکدیگر متصل می‌کند.

نکته: تکرار یک ویژگی را در سری زمانی الگو می‌نامند. بازشناسی الگو به ما کمک می‌کند که معادلاتی را برای پدیده‌های طبیعی بیابیم. منحنی رشد نوزاد و منحنی دمای بدن انسان مثال‌هایی از این دست هستند.

درون‌یابی: تخمین داده‌های بین داده‌های ثبت شده است.

درون‌یابی خطی: این نوع از درون‌یابی توسط یک پاره خط انجام می‌شود و به همین دلیل خطی نامیده می‌شود. برای محاسبه تابع در نقطه خواسته شده با استفاده از درون‌یابی خطی، ابتدا معادله خط گذرنده از دو نقطه مجاور این نقطه را می‌یابیم. سپس با جایگذاری مقدار خواسته شده در معادله بدست آمده مقدار درون‌یابی حاصل می‌شود.

خطای درون‌یابی: قدر مطلق تفاضل دو مقدار واقعی و مقدار درون‌یابی شده را خطای درون‌یابی می‌گویند.

برون‌یابی: تخمین داده‌های بعد یا قبل از داده‌های ثبت شده است.

برون‌یابی خطی: هرگاه برون‌یابی توسط یک خط انجام شود، به آن برون‌یابی خطی می‌گویند. برای محاسبه مقدار تابع در نقطه خواسته شده با استفاده از برون‌یابی خطی، ابتدا معادله خط گذرنده از دو نقطه A و B را می‌یابیم. سپس با جایگذاری مقدار خواسته شده در معادله بدست آمده، مقدار برون‌یابی حاصل می‌شود. بسته به سؤال، نقطه A را همان ابتدایی‌ترین یا انتهای‌ترین نقطه سری زمانی در نظر می‌گیریم. نقطه B هم همان نقطه میانگین است که طول آن میانگین x ها و عرض آن میانگین y ها می‌باشد.

نکته: در برون‌یابی خطی، اگر داده‌ها تقریباً روی یک خط تغییر کنند، تخمین بهتری بدست می‌آید. ولی اگر سری زمانی دارای تغییرات ناگهانی باشد، تخمین بدست آمده در برون‌یابی خطی دقت پایینی خواهد داشت.

۱. کدام مورد معرف یک سری زمانی است؟

الف) میزان آلودگی هوا که هر روز توسط سازمان هواشناسی اعلام می‌شود.

ب) هزینه‌های زندگی هر یک از افراد یک خانواده ۴ نفری در ماه قبل

ج) مساحت جنگل‌های شمال کشور که هر ساله اعلام می‌شود.

د) تعداد دانش‌آموزان غایب مدرسه در هر روز که توسط معاون مدرسه بررسی می‌شود.

۲. جاهای خالی را با کلمات داده شده پر کنید. (درون‌یابی / برون‌یابی / الگو)

الف) تخمین داده‌های بین داده‌های ثبت شده و تخمین داده‌های قبل با بعد از داده‌های ثبت شده است.

ب) تکرار یک ویژگی در سری زمانی را می‌نامند.

۳. طبق جدول زیر، اگر مقدار دقیق کالای فروخته شده در ساعت ۱۲ ظهر، ۴۰ کیلوگرم باشد، خطای درون‌یابی را در ساعت ۱۲ ظهر برحسب کیلوگرم بیابید.

ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
مقدار کالای فروخته شده (برحسب کیلوگرم)	۳۰	۴۲	۵۶	۶۳	۹۰	۸۰

۴. در یک اداره تعداد مراجعه کنندگان در طی یک روز کاری بصورت جدول زیر است. اگر تعداد افراد مراجعه کننده در ساعت ۱۱ صبح ۹۷ نفر باشد، خطای تخمین را بیابید.

ساعت	۸	۱۰	۱۲	۱۴
تعداد	۶۸	۸۴	۱۰۶	۹۳

۵. مقدار تابع f در جدول زیر آمده است. ابتدا نمودار سری زمانی f را رسم کنید و سپس مقدار f را در $x = 5$

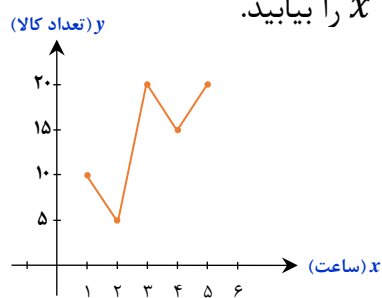
با استفاده از درون‌یابی بیابید.

x	۲	۳	۶	۸	۹
f	۱۰	۱۲	۱۸	۲۲	۲۴

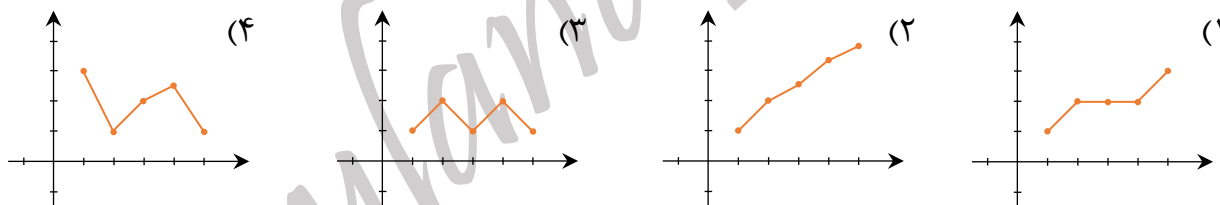
۶. تعداد بازدیدکنندگان در یک مرکز تفریحی در طول یک هفته بصورت جدول زیر است. اگر تعداد بازدیدکنندگان در روزهای یکشنبه و سه‌شنبه از طریق درون‌یابی به ترتیب ۱۴۱ و ۱۵۳ نفر بدست آید، a و b را بیابید.

روزهای هفته	شنبه	دوشنبه	چهارشنبه	جمعه
تعداد بازدیدکنندگان	۱۲۰	a	b	۱۸۰

۷. در نمودار سری زمانی زیر به کمک برون‌یابی خطی، تعداد کالا در $x = 6$ را بیابید.



۸. در کدام یک از نمودارهای زیر، برون‌یابی خطی بهتری امکان‌پذیر است؟



۹. اگر میزان فروش یک شرکت برحسب میلیون تومان در ۴ سال بتواند بصورت زیر باشد و مقدار برون‌یابی شده برای سال پنجم برابر $48/3$ و مقدار واقعی فروش $49/7$ باشد، خطای برون‌یابی را بیابید.

سال	۱	۲	۳	۴
میزان فروش	۴۱	۴۵	۴۳	۴۷

۱۰. اگر تعداد پذیرفته‌شدگان کنکور در یک آموزشگاه از سال ۹۳ به بعد بصورت زیر باشد، تعداد قبول شدگان سال ۹۹ را به روش برون‌یابی بیابید.

سال	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷
تعداد قبول شدگان	۱۵	۱۴	۱۰	۱۶	۲۵